MATH. SCAND. 85 (1999), 161–168

ÉLÉMENTS ALGÉBRIQUES SUR LE CORPS DES SÉRIES FORMELLES GÉNÉRALISÉES EN CARACTÉRISTIQUE FINIE

ALI BENHISSI

Introduction

Soient K un corps commutatif et G un groupe abélien totalement ordonné. Nous donnons des moyens de construction d'éléments algébriques sur le corps $K((G))$ des séries formelles généralisées à supports bien ordonnés.

Nous nous sommes inspirés des travaux de Stephanescu [7] et [8] sur les séries formelles usuelles dans plusieurs endroits de cet article.

Dans tout l'article, $G^- = \{\alpha \in G; \alpha < 0\}$ et $\bar{K}$ désigne une clôture algébrique de K. Si f est une série formelle généralisée, on note $v(f)$ sa valuation naturelle et $S(f)$ son support.

§1. Généralisation de la méthode de Rayner-Ribenboim

Nous reprenons les définitions et notations de Rayner dans [4] et [5]. Soient $\mathscr{L}$ l'ensemble des sous corps de $\bar{K}$ de degré fini sur K, Δ l'enveloppe divisible de G et $\mathscr{P}(G)$ la plus petite famille-corps de Δ contenant l'ensemble $\mathscr{B}(G)$, des parties bien ordonnées de G.

Plus précisément, désignons par $\mathscr{A}$ l'ensemble des parties A de Δ telles que le sous groupe $\langle G \cup A \rangle$ de Δ engendré par $G \cup A$ est de type fini modulo G; c'est à dire $\langle G \cup A \rangle = G + \sum_{i=1}^{r} \mathsf{Z}\alpha_i$, avec $\alpha_i \in A$ et $\mathscr{P}_1(G) = \{\frac{S}{n}; S \in \mathscr{B}(G), n \in \mathsf{N}^*\}$. On a $\mathscr{P}(G) = \mathscr{P}_1(G) \cap \mathscr{A}$.

L'ensemble $K(\mathscr{P}(G)) = \{f \in K((\Delta)); S(f) \in \mathscr{P}(G)\}$ est un sous corps de $K((\Delta))$ contenant $K((G))$.

1.1. Proposition. *Le corps* $C = \bigcup_{L \in \mathscr{L}} L(\mathscr{P}(G))$ *est une clôture algébrique de* $K((G))$ *dans chacun des deux cas suivants:*

Received April 28, 1997.

a) *la caractéristique de K est nulle.*
b) *K est parfait de caractéristique* $p \neq 0$ *et G est p-divisible.*

Démonstration. C est hensélien pour sa valuation naturelle v, d'après [4], lemme 2 et algébrique sur $K((G))$ d'après [5] th.3.

Le cas a) résulte de [6], lemme 5.1.(i).

Supposons dans b) que C ne soit pas algébriquement clos. D'après [6], lemme 5.1.(ii), il existe $f \in C, v(f) < 0$, tel que le polynôme $X^p - X - f$ soit irréductible sur C. On a: $f = c + f_1 + f_2$, avec $c \in \bar{K}$, $v(f_1) > 0$ et $S(f_2) \subset G^-$. Les polynômes : $X^p - X - f_i$, $i = 1, 2$ admettent les séries $g_1 = -\sum_{i=0}^{\infty} f_1^{p^i}$ et $g_2 = \sum_{i=1}^{\infty} f_2^{p^{-i}}$ pour racines dans C. Notons que $S(g_2) \subseteq \bigcup_{i=1}^{\infty} p^{-i} S(f_2)$, qui est bien ordonné, d'après [6], p.133. On trouve une contradiction.

L'exemple suivant montre qu'en caractéristique non nulle, si les conditions de (b) ne sont pas vérifiées, le corps C n'est plus algébriquement clos.

Exemple. On suppose que caract $K = p \neq 0$. Soient $a \in K$, $\alpha \in G^-$ et $f = \sum_{i=1}^{\infty} a^{p^{-i}} T^{p^{-i}\alpha}$. On a $f^p - f - aT^\alpha = 0$.

Si $\sqrt[p]{a} \notin K$ ou α n'est pas p-divisible, alors $f \notin C$.

§2. Critères d'algébricité en caractéristique non nulle

On suppose dans le reste de l'article que la caractéristique de K est $p \neq 0$. Soient $K^{p^{-\infty}} = \bigcup_{n=0}^{\infty} K^{p^{-n}}$ la clôture radicielle de K, $\mathscr{L}$ l'ensemble des sous corps de $\bar{K}$ de degrés finis sur $K^{p^{-\infty}}$ et $G' = \{p^{-n}\alpha; n \in \mathsf{N}, \alpha \in G\}$.

Alors $\tilde{K} = \bigcup_{L \in \mathscr{L}} L(\mathscr{P}(G'))$ contient une clôture algébrique de $K((G))$.

2.1. Exemples de séries de Neumann algébriques. Soit $f \in \tilde{K}$ une série algébrique sur $K((G))$ de valuation $v(f) > 0$. Il résulte de [1], th. p.268, que si $\sum_{n=0}^{\infty} a_n X^n$ est une série de $\bar{K}[[X]]$ algébrique sur $\bar{K}[X]$, alors la série de Neumann $\sum_{n=0}^{\infty} a_n f^n$ est algébrique sur $K((G))$.

a) Si q est une puissance de p et $g = \sum_{n=0}^{\infty} f^{q^n}$, alors $g^q - g + f = 0$.

b) Si a_n est la somme, réduite modulo p, des chiffres de n, en base p, et $g = \sum_{n=0}^{\infty} a_n f^n$, alors $(f^p - 1)(f - 1)g^p - (f - 1)^2 g + f = 0$.

c) Soients $s \in \mathsf{N}^*$ et $g = \sum_{n=0}^{\infty} (C_{2n}^n)^s f^n$. On a: $g^{p-1} = \left[\sum_{i=0}^{\frac{p-1}{2}} (C_{2i}^i)^s f^i\right]^{-1}$.

On suppose maintenant que $p = 2$. Soit $g = \sum_{n=0}^{\infty} a_n f^n$, où (a_n) est une suite d'éléments de F_2, définie dans [2] pour chacun des exemples suivants:

d) Si (a_n) est la suite de Rudin-Shapiro, alors: $(1+f)^5 g^2 + (1+f)^4 g + f^3 = 0$.

e) Si (a_n) est la suite de Baum et Sweet, alors: $g^3 + fg + 1 = 0$.

f) Si (a_n) est la suite de pliage de papier, alors: $f(1+f)^4 g^2 + (1+f)^4 g + 1 = 0$.

NOTATION. Dans tout le reste de l'article q désigne une puissance de p et d un entier naturel non divisible par p.

2.2. LEMME. *Soit* $f = \sum_{s \in S} a_s T^{\frac{\alpha_s}{dq^{n_s}}}$ *une série de* $\tilde{K}$, *où* $n_s \in \mathsf{Z}$ *et* $\alpha_s \in G^-$.

On suppose que α_s *n'est pas q-divisible pour tout* $s \in S$ *et* $\alpha_s - \alpha_t$ *n'est pas q-divisible dès que* $\alpha_s \neq \alpha_t$.

Si f *est algébrique sur* $K((G))$, *alors il existe* $n \in \mathsf{N}$ *et* $h \in \bar{K}((\frac{1}{d}G))$ *tels que:* $h, f, f^q, \ldots, f^{q^n}$ *soient linéairement dépendants sur* K.

DÉMONSTRATION. Il existe $n \in \mathsf{N}$ et $g, g_0, \ldots, g_n \in K((G))$ non tous nuls tels que: $g_0 f + g_1 f^q + \ldots + g_n f^{q^n} = g$. On peut supposer que: $g_i = b_i + T^\alpha h_i$, avec les $b_i \in K$ non tous nuls, $\alpha > 0$ et $v(h_i) \geq 0$.

On a: $\sum_{i=0}^{n} b_i \left(\sum_{s \in S} a_s^{q^i} T^{\frac{\alpha_s}{dq^{n_s - i}}} \right) + T^\alpha \sum_{i=0}^{n} h_i \left(\sum_{s \in S} a_s^{q^i} T^{\frac{\alpha_s}{dq^{n_s - i}}} \right) = g$.

Notons E_1 et E_2 les deux expressions de gauche. Pour voir si un terme de E_1 se réduit avec un terme de E_2, on est amené à écrire des égalités du type: $\frac{\alpha_s}{dq^{n_s - i}} = \beta + \frac{\alpha_t}{dq^{n_t - j}}$, où $\beta > 0, 0 \leq i, j \leq n$.

Supposons que: $n_s - i = u > 0$.

Si $n_t - j = -v \leq 0$, alors $\alpha_s = q^u(d\beta + q^v \alpha_t)$ et q divise α_s: absurde.

Si $n_t - j = v > 0$, on distingue les trois cas suivants

a) Si $u = v$, alors $\alpha_s - \alpha_t = dq^u \beta$, donc $\alpha_s \neq \alpha_t$ et q divise $\alpha_s - \alpha_t$.

b) Si $u < v$, alors $\alpha_t = q^{v-u}\alpha_s - dq^v \beta$, donc q divise α_t.

c) Si $v < u$, on trouve que q divise α_s.

Dans les trois cas, on aboutit aussi à une contradiction.

Ainsi les termes de E_1 qui se réduisent constituent une série de $\bar{K}((\frac{1}{d}G))$

et les autres se trouvent, par identification dans g. D'où: $\sum_{i=0}^{n} b_i f^{q^i} = h \in \bar{K}((\frac{1}{d}G))$.

Notation. Dans la suite, α désigne un élément de G^- non divisible par q.

Exemple. Si (a_i) est une suite d'éléments de $\bar{K}$, périodique à partir d'un certain rang, alors la série $f = \sum_{i=0}^{\infty} a_i T^{\frac{\alpha}{dq^i}}$ de $\tilde{K}$, est algébrique sur $K((G))$.

En effet, quitte à changer un nombre fini de termes, on peut supposer qu'il existe $n \in \mathsf{N}^*$, tel que $a_{i+n} = a_i$, pour tout $i \in \mathsf{N}$.

On a

$$\begin{aligned} f &= \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{k=0}^{\infty} a_{i+kn} T^{\frac{\alpha}{dq^{i+kn}}} \\ &= \sum_{i=0}^{n-1} a_i \left(\sum_{k=0}^{\infty} T^{\frac{\alpha}{dq^{kn}}} \right)^{q^{-i}}. \end{aligned}$$

Soit $g = \sum_{k=0}^{\infty} T^{\frac{\alpha}{dq^{kn}}}$. On a $g^{q^n} - g - T^{\frac{q^n \alpha}{d}} = 0$. On conclut que f est algébrique sur $K((G))$.

2.3. Proposition. *La série* $f = \sum_{i=0}^{\infty} a_i T^{\frac{\alpha}{dq^i}}$ *de* $\tilde{K}$ *est algébrique sur* $K((G))$ *si et seulement si il existe* $n \in \mathsf{N}^*$ *tel que le système* $(*) \sum_{t=0}^{n} a_{i+t}^{q^t} Y_t = 0$ $(i \in \mathsf{N}^*)$ *admet une solution non triviale dans* K.

Démonstration. Si f est algébrique, il existe $h \in \bar{K}((\frac{1}{d}G))$ et des constantes non toutes nulles $c_0, ..., c_n \in K$ tels que: $c_0 f + c_1 f^q + ... + c_n f^{q^n} = h$.

On trouve: $\sum_{t=0}^{n} \sum_{i=0}^{t} c_t a_i^{q^t} T^{\frac{\alpha q^{t-i}}{d}} + \sum_{i=1}^{\infty} \left(\sum_{t=0}^{n} c_t a_{i+t}^{q^t} \right) T^{\frac{\alpha}{dq^i}} = h$.

D'où: $\sum_{t=0}^{n} c_t a_{i+t}^{q^t} = 0$, pour tout $i \in \mathsf{N}^*$.

Réciproquement, soit $c_0, ..., c_n$ une solution non triviale du système.

On a: $\sum_{t=0}^{n} c_t f^{q^t} = \sum_{t=0}^{n} \sum_{i=0}^{t} c_t a_{i+t}^{q^t} T^{\frac{\alpha q^{t-i}}{d}}$.

2.4. Corollaire. *Soit* (a_i) *une suite d'éléments de* $K^{p^{-\infty}}$ *et* $L = K(a_i, i \in \mathsf{N})$.

Si la série $f = \sum_{i=0}^{\infty} a_i T^{\frac{\alpha}{dq^i}}$ est algébrique sur $K((G))$, alors l'extension L/K est d'exposant fini.

DÉMONSTRATION. Il existe $n \in \mathsf{N}$ et $c_0, ..., c_{n-1} \in K$ tels que: $a_{i+n}^{q^n} = \sum_{t=0}^{n-1} a_{i+t}^{q^t} c_t$, pour tout $i \in \mathsf{N}^*$. Par récurrence, il existe $s \in \mathsf{N}^*$ tel que: $L^{p^s} \subseteq K$.

2.5. COROLLAIRE. *Soient f et g deux séries de $\tilde{K}$ algébriques sur $K((G))$ telles que: $S(g) \subseteq G^-$ et $f = \sum_{i=0}^{\infty} a_i T^{\frac{\alpha}{dq^i}}$. Alors la série: $h = \sum_{i=0}^{\infty} a_i g^{\frac{1}{q^i}}$ est aussi algébrique sur $K((G))$.*

DÉMONSTRATION. Soit $c_0, ..., c_n \in K$ une solution non triviale de $(*)$ pour f.
On a: $\sum_{t=0}^{n} c_t h^{q^t} = \sum_{t=0}^{n} \sum_{i=0}^{t} c_t a_i^{q^t} g^{q^{t-i}}$.

§3. Application aux corps finis

3.1. PROPOSITION. *Soit $f = \sum_{i=0}^{\infty} a_i T^{\frac{\alpha}{dq^i}} \in \tilde{K}$ une série à coefficients dans un corps fini. Alors f est algébrique sur $K((G))$ si et seulement si la suite (a_i) est périodique.*

DÉMONSTRATION. Soit $c_0, ..., c_n \in K$ une solution non triviale de $(*)$. On peut supposer $c_n = 1$. Pour $i \in \mathsf{N}$, on pose: $A_i = (a_i, a_{i+1}, ..., a_{i+n-1})$. Il existe $i \neq j$ tels que $A_i = A_j$. D'où: $a_{i+n} = a_{j+n}, ..., a_{i+n+k} = a_{j+n+k}$, pour tout $k \in \mathsf{N}$.

EXEMPLES.

a) La série $f = \sum_{i=0}^{\infty} T^{\frac{\alpha}{q^{2i}}}$ est transcendante sur $K((G))$.

b) Définissons les polynômes symétriques:

$$S_k(X_1, ..., X_n) = \sum_{1 \leq i_1 \leq ... \leq i_k \leq n} X_{i_1} ... X_{i_k}.$$

Soient $a_1, ..., a_n$ des éléments non nuls de $\bar{\mathsf{F}}_p$.

La série: $f = \sum_{k=1}^{\infty} S_k(a_1, ..., a_n) T^{\frac{\alpha}{dq^k}}$ est algébrique sur $K((G))$.

3.2. Corollaire. *Soient $a_i \in \mathsf{N}$, $0 \leq a_i \leq p-1$ pour tout $i \in \mathsf{N}$, et $\bar{a}_i$ l'image de a_i dans F_p, alors la série $f = \sum_{i=0}^{\infty} \bar{a}_i T^{\frac{\alpha}{dq^i}}$ est algébrique sur $K((G))$ si et seulement si le nombre réel: $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{a_i}{p^i}$ est rationnel.*

3.3. PROPOSITION. *Soit K un corps. Les assertions suivantes sont équivalentes.*

1) *Le corps K est une extension algébrique de son corps premier.*

2) *Pour tout groupe G, l'ensemble des séries: $f = \sum_{i=0}^{\infty} a_i T^{\frac{\alpha}{dq^i}}$ de $\tilde{K}$ algébriques sur $K((G))$ coincide avec l'ensemble des séries périodiques.*

3) *Il existe un groupe G tel que l'ensemble des séries: $f = \sum_{i=0}^{\infty} a_i T^{\frac{\alpha}{dq^i}}$ de $\tilde{K}$ algébriques sur $K((G))$ coincide avec l'ensemble des séries périodiques.*

DÉMONSTRATION. 1)$\Longrightarrow$2) Soit $c_0, ..., c_n = 1 \in K$ une solution de (*).
On a: $a_{n+1}^{q^n} = -\sum_{t=0}^{n-1} a_{1+t}^{q^t} c_t$. Puisque le corps $F = \mathsf{F}_p(c_0, ..., c_{n-1}, a_1, ..., a_n)$ est fini, alors $a_{n+1} \in F$.

Par récurrence: $a_{n+i} \in F$, pour tout $i \in \mathsf{N}^*$. On conclut par la proposion 3.1.

2)$\Longrightarrow$3) Evident.

3)$\Longrightarrow$1) Supposons que K ne soit pas algébrique sur F_p. Alors K contient un élément a d'ordre multiplicatif infini. La série $f = \sum_{i=0}^{\infty} a^{q^{-i}} T^{\frac{\alpha}{dq^i}}$ est algébrique sur $K((G))$, mais $a_i = a^{q^{-i}}$ n'est pas périodique.

§4. Exemples

a) Soient $(v(i), i \in \mathsf{N})$ une suite strictement croissante d'entiers naturels tels que $\lim_{i \to +\infty} (v(i) - v(i-1)) = +\infty$ et $(a_{v(i)}, i \in \mathsf{N})$ une suite d'éléments non nuls de $\bar{K}$. La série $f = \sum_{i=0}^{\infty} a_{v(i)} T^{\frac{\alpha}{dq^{v(i)}}}$ est transcendante sur $K((G))$.

En effet, supposons que le système $(*)$ admet une solution $c_0, ..., c_n = 1 \in K$. Soient $m \in \mathsf{N}$ tel que $n < v(m) - v(m-1)$ et $i = v(m) - n$.

On trouve: $a_{v(m)}^{q^n} = 0$: absurde.

b) Soit $(a_i, i \in \mathsf{N})$ une suite d'éléments de $\bar{K}$ algébriquement indépendants sur F_p. Il est facile de voir que pour tout $n \in \mathsf{N}^*$, le système: $\sum_{t=0}^{n} a_{i+t}^{q^t} Y_t = 0$, $(i = 1 + k(n+1), 0 \leq k \leq n)$ est de Cramer.

Donc la série: $f = \sum_{i=0}^{\infty} a_i T^{\frac{\alpha}{dq^i}}$ est transcendante sur $K((G))$.

c) Soit $0 \neq x \in \bar{K}$. La série: $f = \sum_{i=0}^{\infty} x^i T^{\frac{\alpha}{dq^i}}$ est algébrique sur $K((G))$ si et seulement si x est algébrique sur F_p.

" $\Rightarrow$" Soit n un entier pour lequel le système $(*)$ admet une solution non triviale dans K. Le système: $\sum_{t=0}^{n} x^{(i+t)q^t} Y_t = 0$, $(1 \leq i \leq n+1)$ a pour déterminant: $P(x) = x^{1+2q+3q^2+...+(n+1)q^n} V(x, x^q, ..., x^{q^n})$, où V désigne le déterminant de Vandermonde. Doù: $P(x) = 0$.

"$\Leftarrow$" Il existe $n \in \mathsf{N}^*$ tel que: $x^n = 1$. Le résultat découle de la proposition 3.1.

d) Soit $(u_i, i \in \mathsf{N})$ une suite récurrente linéaire d'éléments de $\bar{\mathsf{F}}_p$. D'après [3] th.8, il existe un entier $s \geq 1$, tel que pour tout $r \in \{0, 1, ..., s-1\}$, il existe des éléments $a_i, b_i \in \bar{\mathsf{F}}_p, 1 \leq i \leq t$, dépendants de r, vérifiant: $\forall k \in \mathsf{N}$, $u_{ks+r} = \sum_{i=1}^{t} a_i b_i^k$.

Soit $f = \sum_{i=0}^{\infty} u_i T^{\frac{\alpha}{dq^i}}$. On a: $f = g_0 + ... + g_{s-1}$, où $g_r = \sum_{k=0}^{\infty} u_{ks+r} T^{\frac{\alpha}{dq^{ks+r}}} = \sum_{i=1}^{t} a_i \left(\sum_{k=0}^{\infty} (b_i^{q^r})^k T^{\frac{\alpha}{du^k}} \right)^{q^{-r}}$, avec $u = q^s$. D'après l'exemple (c), la série g_r est algébrique sur $K((G))$. Il en est de même pour f.

§5. Polynômes minimaux

On suppose que K est algébriquement clos. Soit f une série de $\tilde{K}$ algébrique sur $K((G))$ et vérifiant les hypothèses du lemme 2.2. Il existe $n \in \mathsf{N}^*, h \in \bar{K}((\frac{1}{d}G))$ et des constantes $c_0, ..., c_{n-1} \in K$ tels que f soit racine du polynôme:

$$P(X) = X^{q^n} + c_{n-1}X^{q^{n-1}} + ... + c_1 X^q + c_0 X + h.$$

On suppose que $c_0 \neq 0$. Les racines de $P(X)$ sont alors distinctes.

5.1. Proposition. *L'extension $K((G))(f)/K((G))$ est abélienne de degré p^s, où $s \in \mathsf{N}^*$ et son groupe de Galois est une somme directe de s sous groupes cycliques d'ordre p.*

Démonstration. Les racines de $P(X)$ sont les $f + x$, x est racine du polynôme: $X^{q^n} + ... + c_0 X$ dans K. Il en résulte que tous les facteurs irréductibles de $P(X)$ ont le même degré et l'extension $K((G))(f)/K((G))$ est galoisienne de degré p^s. Un élément de son groupe de Galois est de la forme τ_x, avec $\tau_x(f) = f + x$.

5.2. Lemme. *Soient K un corps de caractéristique $p \neq 0$ et $(x_i, i \in \mathbb{N}^*)$ une suite d'éléments de K. On définit la suite de polynômes $P_i(X)$ par:*

$$P_1(X) = X^p - x_1^{p-1}X, \text{ et pour } i \geq 2, P_i(X) = P_{i-1}^p(X) - P_{i-1}^{p-1}(x_i)P_{i-1}(X).$$

Alors pour: $0 \leq \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_i \leq p-1$; $\alpha_1 x_1 + ... + \alpha_i x_i$ *est racine de* $P_i(X)$.

Démonstration. Par récurrence, en remarquant que P_i est additif.

Reprenons les notations introduites au début de ce §. Soit $S = \mathrm{Gal}\big(K((G))(f)/K((G))\big)$. Alors $S = \bigoplus_{i=1}^{s} C_i$, où $C_i =< \tau_i >$ est un groupe cyclique d'ordre p. On a: $\tau_i(f) = f + x_i$, où $x_i \in K$. Les conjugués de f sont les $f + \alpha_1 x_1 + ... + \alpha_s x_s$, avec $0 \leq \alpha_i \leq p-1$. Puisque l'égalité $\tau_1^{\alpha_1}...\tau_s^{\alpha_s} = id$, pour $0 \leq \alpha_i \leq p-1$, implique $\alpha_1 = ... = \alpha_s = 0$, alors $x_1, ..., x_s$ sont linéairement indépendants sur $\mathbb{F}_p$. Donc les $f + \alpha_1 x_1 + ... + \alpha_s x_s$ sont des racines distinctes du polynôme: $P_s(X - f) = P_s(X) - P_s(f)$. D'où:

5.3. Proposition. *Le polynôme minimal de f sur $K((G))$ est égal à:*

$$P_s(X) - P_s(f)$$

.

Exemple. On suppose $p = 2$. Soit $f = \sum_{i=0}^{\infty} a_i T^{\frac{\alpha}{2^i}}$, avec $a_0 = a_1 = 1, a_2 = 0$ et $a_{i+3} = a_i$. On a: $a_i + a_{i+1} + a_{i+2} = 0$.

Le polynôme minimal de f est $X^4 + X^2 + X + T^{4\alpha}$.

RÉFÉRENCES

1. N.L. Alling, *Foundation of analysis over surreal number fields*, North-Holland Math. Stud. 141, 1987.
2. J.P. Allouche, *Automates finis en théorie de nombres*, Exposition. Math. 5 (1987), 239–266.
3. J.P. Bezivin, *Suites récurrentes linéaires en caractéristique non nulle*, Bull. Soc. Math. France 115 (1987), 227–239.
4. F.J. Rayner, *An algebraically closed field*, Glasgow Math. J. 9 (1968), 146–151.
5. F.J. Rayner, *Algebraically closed fields analogous to fields of Puiseux theorem*, J. London Math. Soc. (2) 8 (1974), 504–506.
6. P. Ribenboim, *Fields algebraically closed and others*, Manuscripta Math. 75 (1992), 115–150.
7. D. Stephanescu, *A method to obtain algebraic elements over $K((T))$ in positive characteristic*, Bull. Math. Soc. Sci. Math. R. S. Roumanie 26 (74) (1982), 78–91.
8. D. Stephanescu, *On meromorphic formal power series*, Bull. Math. Soc. Sci. Math. R. S. Roumanie 27 (75) (1983), 170–178.

DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES
FACULTÉ DES SCIENCES
5000 MONASTIR
TUNISIE